

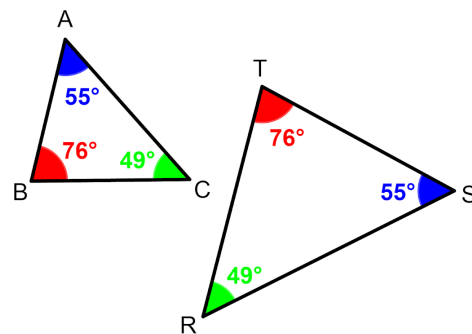
THALES



I - Rappel de 4^{ème} :

① Triangles semblables :

Définition : 2 triangles sont **semblables** ou de même forme, s'ils ont les mêmes mesures d'angles

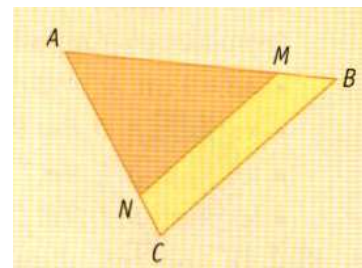


② Configuration des triangles « emboîtés » :

On considère le triangle ABC.

M est un point du côté [AB] et N est un point du côté [AC].

On associe 2 à 2 les côtés des triangles AMN et ABC.



Côtés du triangle AMN	[AM]	[AN]	[MN]
Côtés du triangle ABC	[AB]	[AC]	[BC]

③ Énoncé du Théorème de Thalès : (longueurs proportionnelles)

Soit un triangle FMD

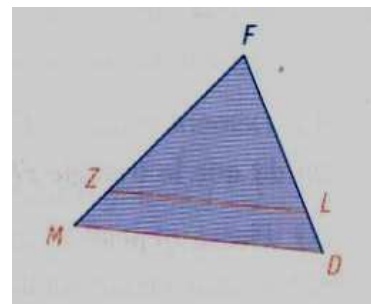
Soit Z un point du côté [FM] et L un point du côté [FD].

Si la droite (ZL) est parallèle à la droite (MD), alors :

sommet commun

$$\frac{FZ}{FM} = \frac{FL}{FD} = \frac{ZL}{MD}$$

« droites » parallèles



Remarques : - Les triangles FMD et FZL sont dans une situation d'agrandissement / réduction.
- Ils sont semblables.

④ Application du Théorème de Thalès : (Calcul de longueurs)

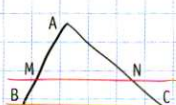
ABC est un triangle tel que AB = 6 cm ; BC = 7 cm et AC = 8 cm.

On place le point M sur le segment [AB] tel que AM = 4 cm.

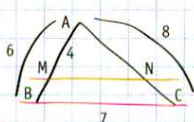
La droite parallèle à la droite (BC) et passant par M coupe le segment [AC] en N.

Calculer les longueurs AN et MN.

Le brouillon



Je trace la figure sur mon brouillon et je mets en couleur les droites parallèles.



Je reporte toutes les données de l'énoncé sur la figure.

La rédaction

Les triangles AMN et ABC sont tels que :

- M ∈ [AB]
- N ∈ [AC]
- (MN) // (BC)

Donc le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{AN}{8} = \frac{MN}{7}$$

Calcul de AN :

$$\frac{4}{6} = \frac{AN}{8}$$

$$6 \times AN = 4 \times 8$$

$$AN = \frac{4 \times 8}{6}$$

$$AN = \frac{2 \times 2 \times 8}{2 \times 3}$$

$$AN = \frac{16}{3} \text{ cm}$$

Calcul de MN :

$$\frac{4}{6} = \frac{MN}{7}$$

$$6 \times MN = 4 \times 7$$

$$MN = \frac{4 \times 7}{6}$$

$$MN = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3}$$

$$MN = \frac{14}{3} \text{ cm}$$

• J'écris toutes les conditions pour utiliser la propriété de Thalès.

• J'écris les rapports avec les lettres.

• Je remplace avec les données connues.

• Je calcule séparément AN et MN.

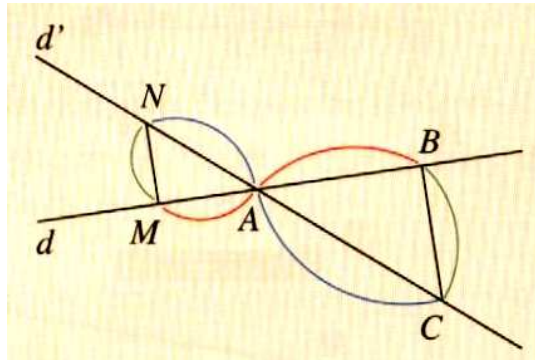
• J'écris les produits en croix.

• Je simplifie les fractions.

• Je conclus en donnant la valeur exacte et je souligne mon résultat.

II - Théorème de Thalès : (configuration papillon)

Illustration :



Théorème : Soit d et d' 2 droites sécantes en A .

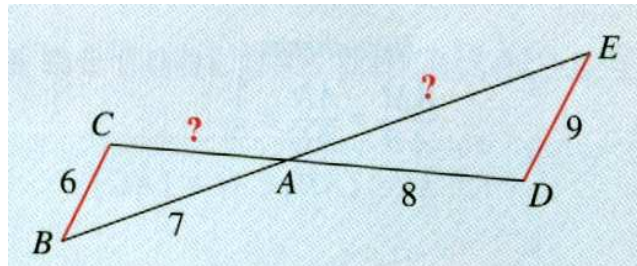
Soit B et M , 2 points de la droite d distincts du point A .

Soit C et N , 2 points de la droite d' distincts du point A .

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Exercice résolu 1

Comment calculer des longueurs ?



Calculer les longueurs AC et AE sachant que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.
(L'unité de longueur est le centimètre et la figure est un dessin à main levée.)

Solution :

- (EB) et (CD) sont sécantes en A .
- $(BC) \parallel (DE)$

D'après le Théorème de Thalès, on a : $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$

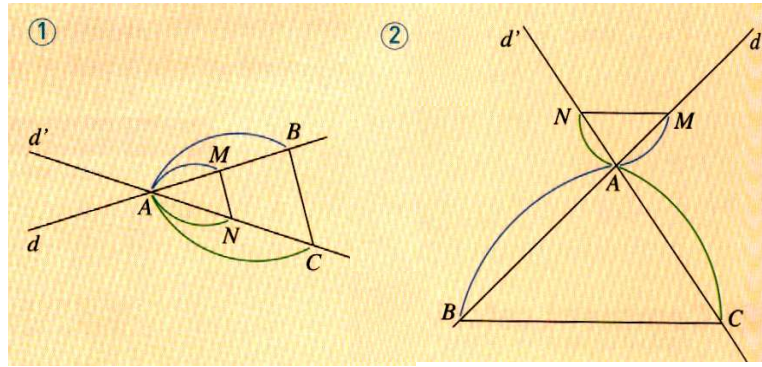
$$\frac{7}{AE} = \frac{AC}{8} = \frac{6}{9}$$

$$\text{Donc } AC = \frac{8 \times 6}{9} = \frac{48}{9} \approx 5,3 \text{ cm (arrondi au dixième)}$$

$$\text{Et } AE = \frac{7 \times 9}{6} = 10,5 \text{ cm}$$

III - Réciproque du Théorème de Thalès :

Illustration :



Réciproque : Soit d et d' 2 droites sécantes en A .
Soit B et M , 2 points de la droite d distincts du point A .
Soit C et N , 2 points de la droite d' distincts du point A .

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et

si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre,
Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice résolu 2

Comment démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ?

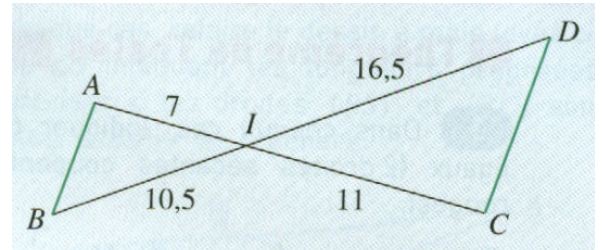
Solution :

* $\frac{IA}{IC} = \frac{7}{11}$
* $\frac{IB}{ID} = \frac{10,5}{16,5} = \frac{10,5 \times 10}{16,5 \times 10} = \frac{105}{165} = \frac{105 \div 15}{165 \div 15} = \frac{7}{11}$

Donc $\frac{IA}{IC} = \frac{IB}{ID}$

* De plus, les points A, I et C de (AC) sont alignés dans le même ordre que les points B, I et D de (BD)

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, on a : $(AB) \parallel (CD)$.



Exercice résolu 3

Comment démontrer que 2 droites ne sont pas parallèles ?

On suppose que : $RS = 7$ cm , $RE = 9$ cm , $RT = 4$ cm et $RF = 5$ cm.

Les droites (ST) et (EF) sont-elles parallèles ?

Solution :

• $\frac{RS}{RE} = \frac{7}{9} \approx 0,78$

• $\frac{RT}{RF} = \frac{4}{5} = 0,8$

Donc $\frac{RS}{RE} \neq \frac{RT}{RF}$

Donc d'après le théorème de Thalès, on a : (ST) et (EF) ne sont pas parallèles.

