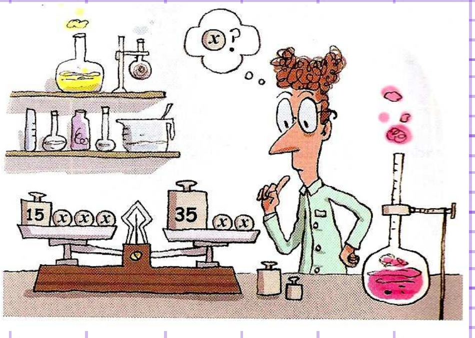
Chp4

video

EQUATIONS



I – Rappel de 4ème :

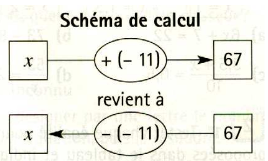
① *Résoudre une équation élémentaire :*

Exemple 1 L'équation $x + (-11) = 67$

revient à : $x = 67 - (-11)$
$x = 67 + 11$
$x = 78$

La solution de l'équation est 78. vérification : $78 + (-11) = 67$

Schéma de calcul

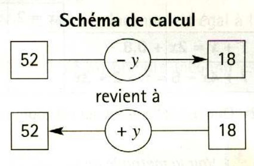


Exemple 2 L'équation $52 - y = 18$

revient à : $18 + y = 52$
$y = 52 - 18$
$y = 34$

La solution de l'équation est 34. vérification : $52 - 34 = 18$

Schéma de calcul

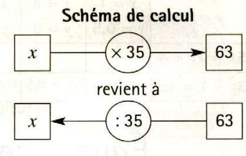


Exemple 3 L'équation $x \times 35 = 63$

revient à : $x = \frac{63}{35}$
$x = \frac{7 \times 9}{7 \times 5} = \frac{9}{5}$

La solution de l'équation est $\frac{9}{5}$. vérification : $35 \times \frac{9}{5} = 63$

Schéma de calcul



② *Résoudre une équation composée :*

METHODE

- Repérer chacune des opérations élémentaires
- Puis les réaliser dans le « sens inverse » jusqu'à obtenir $x = \ldots$

$$\frac{5x-3}{2} = 11$$
$$5x - 3 = 11 \times 2$$
$$5x = 22 + 3$$
$$x = \frac{25}{5}$$
$$\boxed{x = 5}$$

(*vérification :* (5 x 5 - 3) : 2 = 11)

Respecter rigoureusement la présentation !!

Les signes des égalités
les uns en dessous des autres !!

③ *Résoudre une équation à 2 membres :*

Pour résoudre une équation du 1er degré à une inconnue, la méthode consiste à « isoler x » dans un membre à l'aide des 2 règles suivantes

Règles : ① en ajoutant ou en retranchant un même nombre aux 2 membres de l'égalité.
② en multipliant ou en divisant par un même nombre non nuls les 2 membres de l'égalité.

Exemple :

Résoudre l'équation : $3x + 7 = 2(1 - x)$.

$$3x + 7 = 2 - 2x$$
$(+2x)$ **règle** ① : on ajoute $2x$ aux deux membres
$$5x + 7 = 2$$
(-7) **règle** ① : on retranche 7 aux deux membres
$$5x = -5$$
$(:5)$ **règle** ② : on divise par 5 les deux membres
$$x = -1$$

Conclusion : l'équation $3x + 7 = 2(1 - x)$ admet une seule solution : -1 .

④ *Résolution d'un problème avec mise en équation :*

Un père de quarante ans a une fille de quatorze ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de sa fille ?

① Choix de l'inconnue : Soit x le nombre d'années recherché. ✳ âge du père : 40 ans ✳ âge de la fille : 14 ans
✳ âge du père dans x ans : $40 + x$ ✳ âge de la fille dans x ans : $14 + x$

② Mise en équation du problème : $40 + x = 2 \times (14 + x)$

③ Résolution de l'équation :
$$40 + x = 28 + 2x$$
$$40 - 28 = 2x - x$$
$$12 = x$$

④ interprétation du résultat : Dans 12 ans, l'âge du père sera le double de l'âge de sa fille.

II - Equation produit $(a\,x + b)\,(c\,x + d) = 0$:

Propriétés :

- Un produit de facteurs est nul si l'un ou l'autre des facteurs sont nuls.
- Un produit de facteurs n'est pas nul si l'un et l'autre des facteurs ne sont pas nuls.

Conséquences : Les solutions de l'équation produit $(a\,x + b)\,(c\,x + d) = 0$ sont les solutions de chacune des équations $a\,x + b = 0$ et $c\,x + d = 0$.

Exemple : Résoudre l'équation $(x - 4) \times (2x + 6) = 0$

$x - 4 = 0$ OU $2x + 6 = 0$

$\boxed{x = 4}$ OU $2x = -6$

$x = -6 : 2$

$\boxed{x = -3}$

Les solutions de l'équation $(x - 4)(2x + 6) = 0$ sont 4 et (- 3).

Exercice résolu 1 **Comment ramener une équation à une équation produit ?**

Soit $E = (x + 6)(x - 5) + x + 6$; résoudre $E = 0$ après avoir factorisé l'expression E.

Solution :

* $E = \underline{(x + 6)}\,(x - 5) + \underline{x + 6}$ ⟵ $(x + 6)$ est le facteur commun.

$E = (x + 6) \times [(x - 5) + 1]$

$E = (x + 6)(x - 4)$

* $E = 0$

$(x + 6)(x - 4) = 0$

D'où $x + 6 = 0$ OU $x - 4 = 0$

$x = 6$ OU $x = 4$

L'équation E = 0 admet 2 solutions (- 6) et 4.

Commentaires

Résoudre l'équation $E = 0$, sans factorisation préalable, donnerait, après développement et réduction :

$$(x+6)(x-5) + x + 6 = 0\ ,$$
soit $x^2 + 2x - 24 = 0$,

équation du second degré que l'on ne sait pas résoudre en classe de 3e.

Cet exercice montre donc l'intérêt d'une factorisation en deux facteurs du premier degré pour résoudre ensuite facilement une équation produit du type $(ax + b)(cx + d) = 0$.

III – Equation de la forme $x^2 = a$:

Propriété : Soit l'équation $x^2 = a$:

- Si $a < 0$, l'équation n'a pas de solution
- Si $a = 0$, l'équation a une seule solution qui est 0.
- Si $a > 0$, l'équation a 2 solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Exemple 1 : Résoudre l'équation $x^2 = -5$

Puisque $-5 < 0$, l'équation $x^2 = -5$ n'a pas de solution.

Exemple 2 : Résoudre l'équation $x^2 = 7$.

Puisque $7 > 0$, l'équation $x^2 = 7$ a 2 solutions $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

Exercice résolu 2 **Comment résoudre certaines équations du type $x^2 = a$?**

Résoudre l'équation $(x + 1)^2 = 36$

Solution :

$(x+1)^2 = 36$ équivaut à :

$x + 1 = \sqrt{36}$	ou	$x + 1 = -\sqrt{36}$
$x + 1 = 6$		$x + 1 = -6$
$x = 5$		$x = -7$.

L'équation $(x+1)^2 = 36$ admet donc deux solutions : 5 et -7.