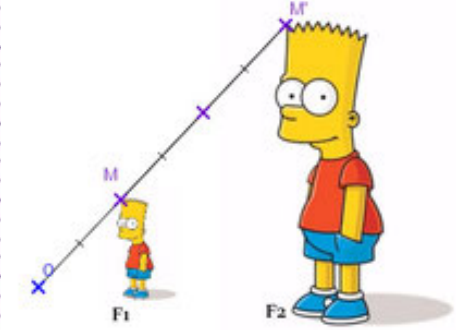


TRANSFORMATIONS

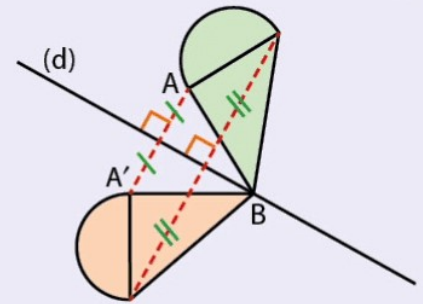


I - Rappels des symétries de 6^{ème} / 5^{ème} :

La symétrie axiale

Transformer une figure par symétrie axiale, c'est la retourner en pliant le long d'une droite (d).

- Si un point A n'appartient pas à la droite (d), alors son symétrique par rapport à la droite (d) est le point A' tel que (d) est la médiatrice du segment [AA'].
- Si un point B appartient à la droite (d), alors son symétrique par rapport à la droite (d) est lui-même.

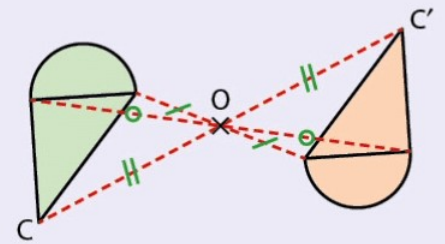


Définition

La symétrie centrale

Transformer une figure par symétrie centrale, c'est la faire tourner d'un demi-tour autour d'un point O.

- Le symétrique d'un point C distinct de O est le point C' tel que O est le milieu du segment [CC'].
- Le symétrique du point O est lui-même.



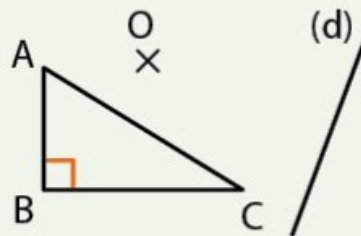
Définition

Exercice résolu 1

Comment construire l'image d'une figure par symétries axiale et centrale ?

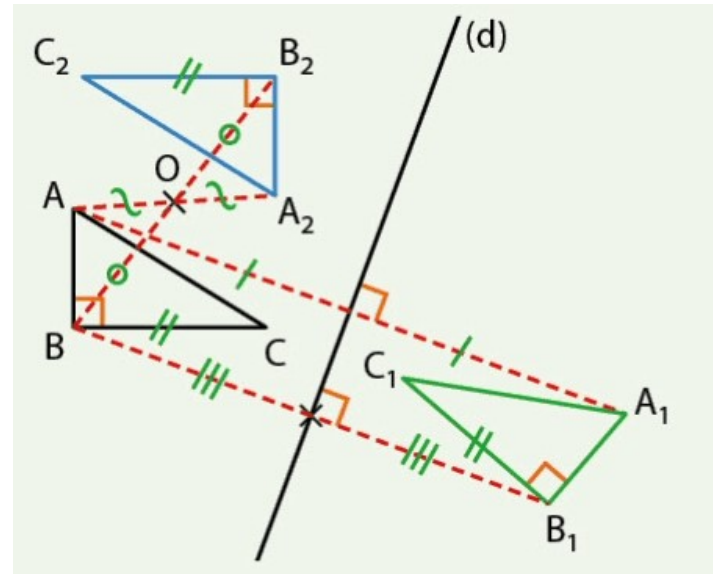
Construire l'image du triangle ABC par :

- la symétrie d'axe (d) ;
- la symétrie de centre O.



Solution

- On construit les symétriques A_1 et B_1 de A et B par rapport à (d).
On construit ensuite le symétrique du point C en utilisant les propriétés de la symétrie axiale.
- On construit les symétriques A_2 et B_2 de A et B par rapport au point O.
On construit ensuite le symétrique du point C en utilisant les propriétés de la symétrie centrale.

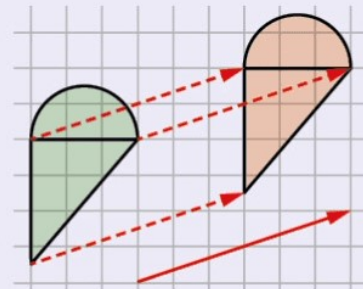


II - Rappels des 2 transformations de 4^{ème} :

La translation

Transformer une figure par translation, c'est la faire glisser sans la tourner.
Ce glissement est défini par une direction, un sens et une longueur.
On peut le schématiser par des flèches.

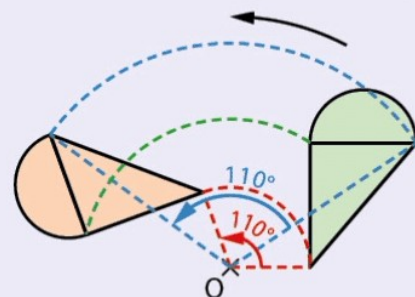
Définition



La rotation

Transformer une figure par rotation, c'est la faire tourner autour d'un point.
Une rotation est définie par un centre, un angle de rotation et un sens de rotation (horaire ou antihoraire).

Définition



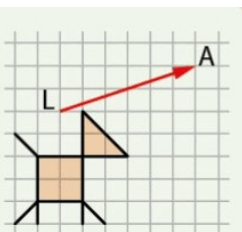
Une figure et son image par une symétrie, une translation ou une rotation sont superposables. Ces transformations conservent les alignements, les angles, les longueurs et les aires.

Propriété

Exercice résolu 2

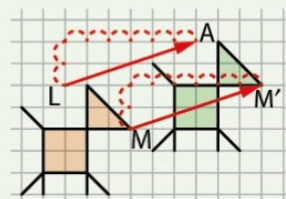
Comment construire l'image d'une figure par translation et rotation ?

Construire l'image de cette figure par la translation qui transforme L en A.



Solution

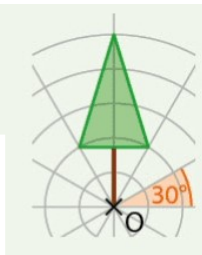
On commence par construire M', l'image du point M par le glissement qui transforme L en A. On complète en construisant une figure superposable.



Je monte de 2 carreaux et j'avance de 6 carreaux vers la droite.

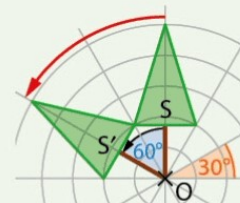


Construire l'image de cette figure par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens antihoraire.



Solution

On construit le point S' image du point S par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens antihoraire.
Pour cela, on trace un arc de cercle de centre O et de rayon SO dans le sens de la rotation, puis on place le point S' sur cet arc tel que $\widehat{SOS'} = 60^\circ$.
On complète en construisant une figure superposable.



La figure a tourné de 60° autour du point O.



III - Transformation de 3^{ème} - L'homothétie :



Définition

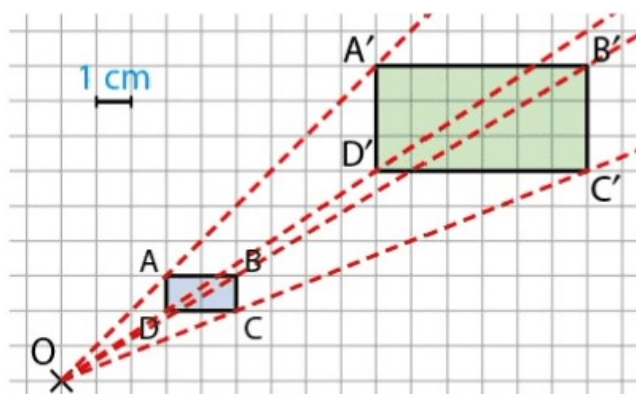
Soit un point O.

Transformer une figure par une **homothétie** de centre O, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.

Une homothétie est définie par :

- un centre ;
- un rapport k non nul.

Exemple : Construire l'image A'B'C'D' du rectangle ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport 3



Lorsque $k > 1$, l'homothétie effectue un agrandissement de la figure.



Remarque : L'image du rectangle A'B'C'D' par l'homothétie de centre O et de rapport 1/3 est le rectangle ABCD.

Lorsque $0 < k < 1$, l'homothétie effectue une réduction de la figure.



Propriétés

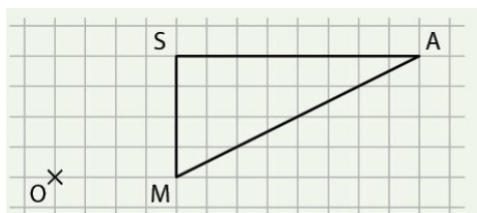
- Une figure et son image par une homothétie ont la même forme. L'homothétie **conserve les alignements et les angles**.
- Par une homothétie de rapport $k > 0$, les longueurs sont multipliées par k et les aires par k^2 .

Dans notre exemple, Aire ABCD = 2 cm² tandis que Aire A'B'C'D' = 2 x 3² = 18 cm²

Exercice résolu 3

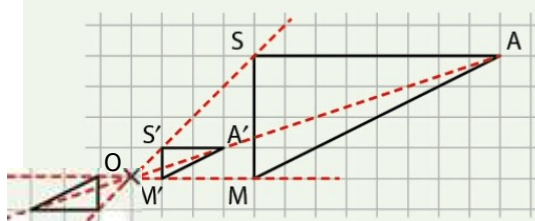
Comment construire l'image d'une figure par homothétie de rapport négatif ?

Construire l'image du triangle SAM par l'homothétie de centre O et de rapport $-1/4$.



Solution

On trace la demi-droite [OS), puis on place le point S' sur [OS) tel que $OS' = \frac{OS}{4}$.



On recommence pour le point A puis on utilise les propriétés du triangle SAM et de l'homothétie.

Pour finir, on construit le symétrique de S'A'M' par rapport à O.

Remarque : Une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.