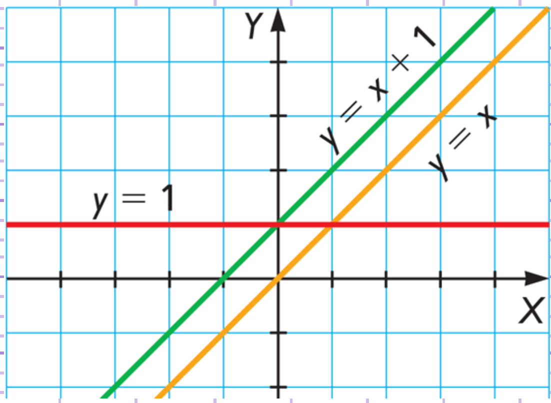
Chp11

FONCTIONS AFFINE/LINEAIRE



I – Reconnaitre et utiliser une fonction affine :

Définition

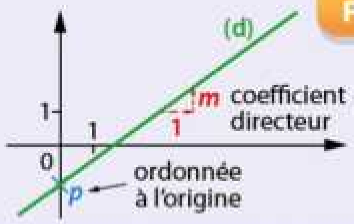
m et p désignent deux nombres.
Une **fonction affine** est une fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre $mx + p$.
Si on désigne par f cette fonction, on peut noter $f : x \mapsto mx + p$ ou $f(x) = mx + p$.

Exemple

La fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est une fonction affine car $f(x) = mx + p$ avec $m = 2$ et $p = -1$.

Propriété

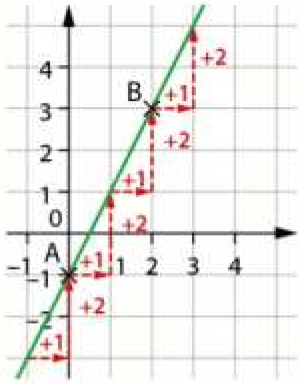
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite (d).
Le nombre m est appelé **coefficient directeur** ou pente de la droite (d).
Le nombre p est appelé **ordonnée à l'origine** de la droite (d).



Exemple

La fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est représentée ci-contre.
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite, il suffit donc d'en déterminer deux points. On choisit pour cela deux valeurs de x et on calcule leurs images.

x	0	2
$f(x)$	–1	3
Nom du point	A	B



II – Déterminer les coefficients d'une fonction affine :

Propriété

m et p désignent deux nombres, f désigne la fonction affine $f : x \mapsto mx + p$.
Les accroissements de x et de $f(x)$ sont proportionnels. Le coefficient de proportionnalité est m.
Quels que soient les nombres x_1 et x_2, $f(x_2) - f(x_1) = m(x_2 - x_1)$.

! Si $x_1 \neq x_2$, alors $m = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Cette égalité permet de déterminer le coefficient m si on connait les images de deux nombres x_1 et x_2.

Exemple

On veut déterminer les coefficients de la fonction affine f telle que $f(2) = 4$ et $f(4) = 10$.
f est affine donc $f(x) = mx + p$ avec :

$$m = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{10 - 4}{4 - 2} = \frac{6}{2} = 3$$

Donc $f(x) = 3x + p$.
Il reste à déterminer la valeur de p.

Comme $f(2) = 4$, on a $3 \times 2 + p = 4$.
En résolvant cette équation, on trouve $p = -2$.
On a finalement $f(x) = 3x - 2$.

$m = \dfrac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$

III – Reconnaitre et utiliser une fonction linéaire :

Définition

m désigne un nombre.
La **fonction linéaire** de coefficient m est la fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre mx, c'est-à-dire le produit de m par x.
Si on désigne par f cette fonction, on peut noter $f : x \mapsto mx$ ou $f(x) = mx$.

❗ Une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine (cas où $p = 0$).

Exemple

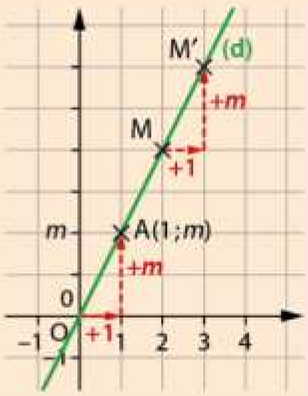
La fonction linéaire de coefficient 5 est la fonction $f : x \mapsto 5x$.
L'image d'un nombre x par cette fonction est $5x$, c'est-à-dire $f(x) = 5x$.

Propriété

La **représentation graphique d'une fonction linéaire** de coefficient m est une droite (d) passant par l'origine du repère. Le nombre m est le **coefficient directeur** ou la pente de la droite (d).

❗ Soit M un point de la droite (d). Si, en restant sur la droite (d), on augmente l'abscisse de 1, alors l'ordonnée augmente de m (on obtient alors le point M').
Comme la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère, il suffit de déterminer un autre point pour pouvoir la tracer. On choisit pour cela une valeur de x (différente de 0) et on calcule son image.

x	0	1
$f(x)$	0	m
Nom du point	O	A



IV – Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire :

Propriété

Une situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité m peut être traduite par une fonction linéaire de coefficient m.

Exemple

Une voiture roule à une vitesse constante de 90 km/h
Si $d(t)$ représente la distance parcourue (en km) pendant le temps t (en heures), on a alors le tableau de proportionnalité suivant.

t (en heures)	0	1	1,5	2	4	t
$d(t)$ (en km)	0	90	135	180	360	$90t$

La distance $d(t)$ est donc proportionnelle au temps t.
On a $d(t) = 90t$.
La fonction d est la fonction linéaire de coefficient 90.