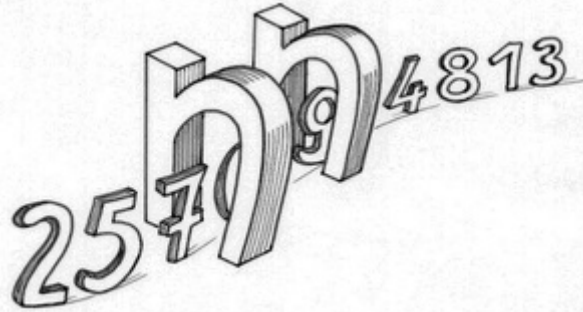




ARITHMETIQUE



I - Rappels de 6^{ème} / 5^{ème} :

Propriétés

Critères de divisibilité

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si le nombre formé par les deux derniers chiffres d'un nombre entier est divisible par 4, alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

Exemples

175 est divisible par 5, car son chiffre des unités est 5.

189 est divisible par 3, car la somme de ses chiffres est égale à 18, qui est lui-même divisible par 3.

228 est divisible par 4, car 28 est divisible par 4.

II - Rappels de 4^{ème} :

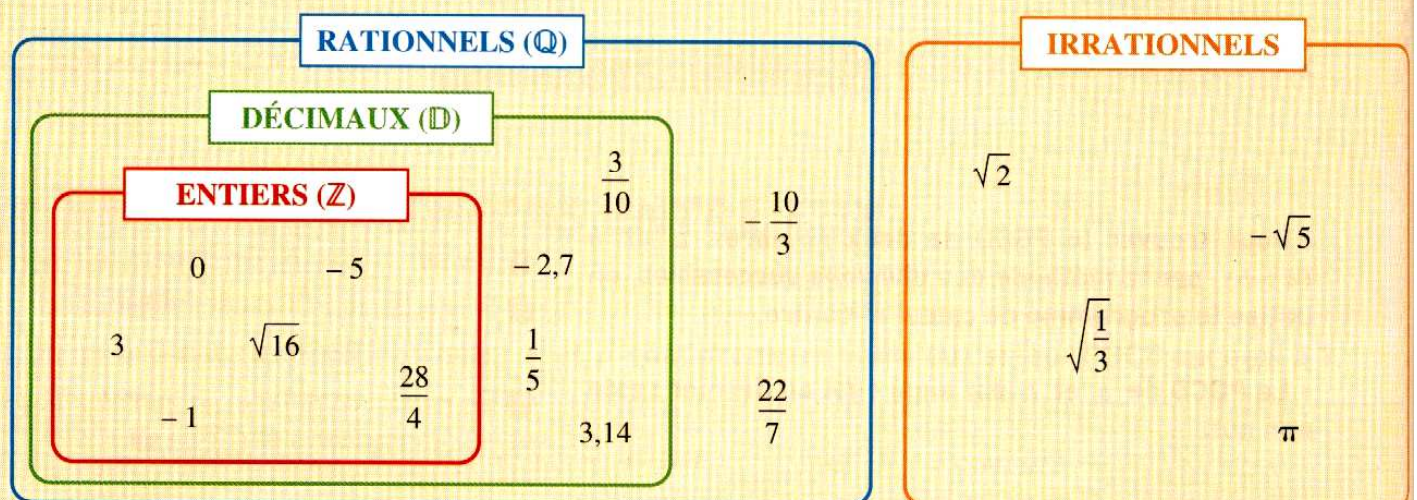
Bilan sur les nombres

Les nombres entiers (Z) : nombres qui sont positifs ou négatifs : (... -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ...).

Les nombres décimaux (D) : nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fractions décimales (le dénominateur est 1, ou 10, 100, 1 000, ...).

Les nombres rationnels (Q) : nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fractions.

Les nombres irrationnels : nombres qui ne sont pas rationnels, comme $\sqrt{2}$ ou π .



Les ordinateurs et les calculatrices ne donnent qu'une valeur approchée de nombres tels que $\sqrt{2}$ ou π lorsqu'ils affichent une écriture à virgule.

III - Les nombres premiers :

Définition : Un nombre est **premier** s'il admet exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même .

Exemples : 6 n'est pas un nombre premier car il admet 2 et 3 comme diviseurs.
7 est un nombre premier car il n'est divisible que par 1 et 7.

Conséquence : 1 n'est pas premier

Exercice résolu 1

Comment déterminer les nombres premiers inférieurs à 100 à partir du crible d'Hératosthène ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1°/ Entourer le 2, premier nombre premier, puis barrer tous ses multiples.

2°/ Entourer le premier nombre ni entouré ni barré, puis barrer tous ses multiples.

3°/ Refaire 2 fois la consigne 2°/.

4°/ On admet que les 25 nombres non barrés sont les nombres premiers inférieurs à 100.
En dresser la liste.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ;
83 ; 89 et 97

IV - Décompositions et simplifications :

Propriété : Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose de manière unique en un produit de facteurs premiers.

Exemple : La décomposition de 24 en produit de facteurs premiers est :

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

Par contre, $2 \times 3 \times 6$ n'est pas une décomposition en produit de facteurs premiers de 36 car 6 n'est pas un nombre premier.

Remarque : La décomposition en produit de facteurs premiers permet de simplifier et de rendre irréductible des fractions.

Exercice résolu 2

Comment simplifier une fraction pour la rendre irréductible ?

1°/ Décomposer 54 et 180 en produit de facteurs premiers.

$$\begin{aligned} 54 &= 2 \times 27 \\ &= 2 \times (3 \times 9) \\ &= 2 \times 3 \times (3 \times 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } 54 &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 2 \times 3^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 180 &= 2 \times 90 \\ &= 2 \times (2 \times 45) \\ &= 2 \times 2 \times (3 \times 15) \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times (3 \times 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } 180 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

2°/ En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{-180}{54}$.

$$\frac{-180}{54} = \frac{-2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{-2 \times 5}{3} = \frac{-10}{3}$$